



**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ  
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Απόδειξη της παραγώγου ταυτοτικής συνάρτησης σελ. 28 Σχολικού βιβλίου.
- A2.** Ορισμός διαμέσου (μόνο για περιττό πλήθος) σελ. 87 Σχολικού βιβλίου.
- A3.** α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.**

| $x_i$         | $v_i$ | $N_i$ | $f_i \%$ | $x_i v_i$ |
|---------------|-------|-------|----------|-----------|
| 0             | 5     | 5     | 25       | 0         |
| 1             | 4     | 9     | 20       | 4         |
| 2             | 2     | 11    | 10       | 4         |
| 3             | 4     | 15    | 20       | 12        |
| 4             | 5     | 20    | 25       | 20        |
| <b>Σύνολα</b> | 20    |       | 100      | 40        |

$$v_5 = v_1 = 5$$

$$f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{5}{20} = 0,25 = f_5 \text{ ή } 25\%$$

$$v_2 = N_2 - N_1 = 9 - 5 = 4$$

$$f_2 = \frac{v_2}{v} = \frac{4}{20} = 0,20 \text{ ή } 20\%$$

$$v_3 = f_3 \cdot v = 0,10 \cdot 20 = 2$$

$$v_4 = v - (v_1 + v_2 + v_3 + v_5) = 20 - 16 = 4$$

$$f_4 = \frac{v_4}{v} = \frac{4}{20} = 0,20 \text{ ή } 20\%$$

$$\text{B2. } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{40}{20} = 2$$

$$\text{B3. } \text{Αριθμός υπαλλήλων που χρησιμοποιούν το πολύ 3 κάρτες: } v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = N_4 = 15$$

$$\text{B4. } \text{Ποσοστό υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 κάρτες: } f_3 + f_4 + f_5 = 0,55 \text{ ή } 55\%$$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f'(x) = \frac{(x)' \cdot (x^2 + 1) - x \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} + \left( \frac{1}{2} \right)' = \frac{1 \cdot (x^2 + 1) - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\text{Γ2. } f'(-1) = \frac{1 - (-1)^2}{((-1)^2 + 1)^2} = \frac{1 - 1}{(1 + 1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$f'(1) = \frac{1 - 1^2}{(1^2 + 1)^2} = \frac{1 - 1}{(1 + 1)^2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$\Gamma 3. \quad f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x=-1 \quad \text{ή} \quad x=1$$

|       |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| x     | $-\infty$                                                                         | $-1$<br>1                                                                          | $+\infty$                                                                           |
| f'(x) | -                                                                                 | ○ +                                                                                | ○ -                                                                                 |
| f(x)  |  |  |  |
|       | T.E.                                                                              |                                                                                    | T.M.                                                                                |

Η  $f'(x) < 0$  στο  $(-\infty, -1)$ , άρα η  $f(x)$  είναι γν. φθίνουσα στο  $(-\infty, -1]$

Η  $f'(x) > 0$  στο  $(-1, 1)$ , άρα η  $f(x)$  είναι γν. αύξουσα στο  $[-1, 1]$

Η  $f'(x) < 0$  στο  $(1, +\infty)$ , άρα η  $f(x)$  είναι γν. φθίνουσα στο  $[1, +\infty)$

$$\text{Η } f(x) \text{ έχει στο } x = -1 \text{ T.E. την τιμή: } f(-1) = \frac{-1}{(-1)^2 + 1} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{Η } f(x) \text{ έχει στο } x = 1 \text{ T.M. την τιμή: } f(1) = \frac{1}{1^2 + 1} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$\Gamma 4.$  Η  $f(x)$  στο διάστημα  $[2015, 2016]$  είναι γνησίως φθίνουσα. Οπότε:

$$2015 < 2016 \Rightarrow f(2015) > f(2016) .$$

### ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. \quad \alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x-2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x-2) = 4 - 2 = 2$$

$[x^2 - 6x + 8 = (x-4)(x-2), \text{αφού η εξίσωση } x^2 - 6x + 8 = 0 \text{ έχει}$   
 $\text{ρίζες τις } x_1 = 4 \text{ και } x_2 = 2] .$

$$\Delta 2. \quad f'(x) = (x^2)' + (2x)' - (3)' = 2x + 2$$

$\Delta 3.$  Η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι:  $y = \lambda x + \beta$ , όπου  $\lambda = f'(-2)$

$$f'(-2) = 2 \cdot (-2) + 2 = -4 + 2 = -2$$

$$f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$$

$$y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow -3 = (-2) \cdot (-2) + \beta \Leftrightarrow -3 = 4 + \beta \Leftrightarrow \beta = -7$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι:  $y = -2x - 7$

Δ4. Είναι:  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 2$

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = \frac{(-2x_1 - 7) + (-2x_2 - 7) + (-2x_3 - 7) + (-2x_4 - 7) + (-2x_5 - 7)}{5} =$$

$$= \frac{-2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 5(-7)}{5} = \frac{-2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)}{5} + \frac{5(-7)}{5} =$$

$$= -2 \cdot \bar{x} - 7 = -2 \cdot 2 - 7 = -4 - 7 \Leftrightarrow \bar{y} = -11$$